

Formula for the Mandelbulb/Juliabulb/Juliusbulb

Fractal Trigeometry

By Jules Ruis, July 2010

There are a few subtle variations, which mostly end up producing the same kind of incredible detail. Listed below is one version. Similar to the original 2D Mandelbrot, the 3D formula is defined by: $z \rightarrow z^n + c$

...but where 'z' and 'c' are hypercomplex ('triplex') numbers, representing Cartesian x, y, and z coordinates. The exponentiation term can be defined by:

$$\{x,y,z\}^n = r^n \{ \sin(\theta*n) * \cos(\phi*n) , \sin(\theta*n) * \sin(\phi*n) , \cos(\theta*n) \}$$

...where:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \text{atan2}(\sqrt{x^2+y^2}, z)$$

$$\phi = \text{atan2}(y,x)$$

And the addition term in $z \rightarrow z^n + c$ is similar to standard complex addition, and is simply defined by:

$$\{x,y,z\} + \{a,b,c\} = \{x+a, y+b, z+c\}$$

The rest of the algorithm is similar to the 2D Mandelbrot!

Here is some pseudo code of the above:

$$r = \sqrt{x*x + y*y + z*z}$$

$$\theta = \text{atan2}(\sqrt{x*x + y*y}, z)$$

$$\phi = \text{atan2}(y,x)$$

$$\text{newx} = r^n * \sin(\theta*n) * \cos(\phi*n)$$

$$\text{newy} = r^n * \sin(\theta*n) * \sin(\phi*n)$$

$$\text{newz} = r^n * \cos(\theta*n)$$

...where n is the order of the 3D Mandelbulb.

For real 3D mandelbulb/Juliabulb/Juliusbulb, see: <http://www.fractal.org/Mandelbulb.pdf>

See also article of Paolo Bonzini: <http://www.fractal.org/mbulb-paolo-bonzini.pdf>

More information in the Dutch language (by Henk Don):

Henk Don schreef aan Jules Ruis:

In drie dimensies is het lastig om over "complexe getallen" te spreken. Zij zijn per definitie punten in het tweedimensionale vlak. Wel kun je punten in een driedimensionale ruimte beschrijven met een Cartesisch coördinatenstelsel of met bolcoördinaten. In het stelsel met bolcoördinaten is het mogelijk een bewerking uit te voeren die lijkt op vermenigvuldiging van complexe getallen in het complexe vlak. Ik zeg nadrukkelijk "lijkt op", want aangezien onduidelijk is wat driedimensionale complexe getallen zijn, is het ook lastig om over een goed gedefinieerde vermenigvuldiging te spreken. Uit de door Jules Ruis geproduceerde 3D fractal is waar te nemen dat de z-as een speciale rol in het geheel speelt, wat zou kunnen verklaren dat in die richting geen "boompjes" te zien zijn. Een en ander wordt toegelicht in <http://www.fractal.org/Formule-Juliusbulb.pdf> .
